Correction du DM05: Une fonction à deux variables

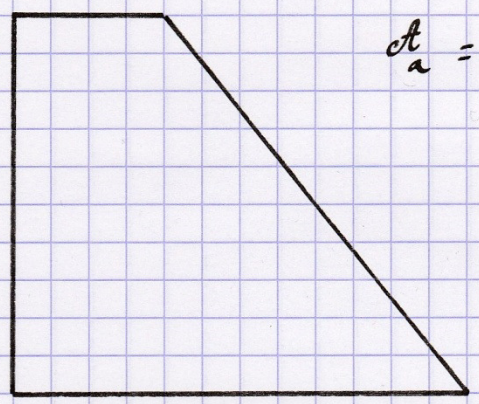
1°) L'aire d'un trapèze se calcule avec la formule :

$$\mathcal{A} = \frac{\text{petite base} + \text{grande base}}{2} \times \text{hauteur}.$$

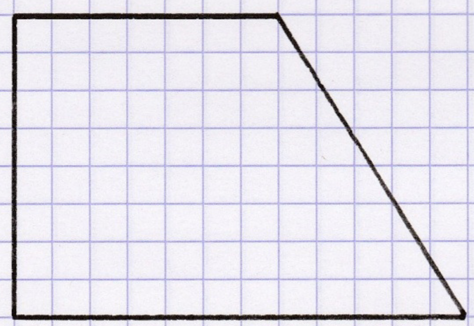
On a donc ici :

$$\mathcal{A} = \frac{(b+6)}{2} \times h$$

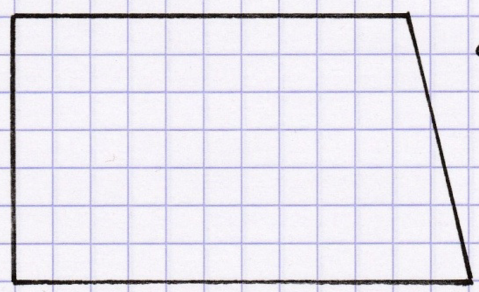
2°) Les figures ci-dessous correspondent aux différents trapèzes demandés :

a) 

$$\mathcal{A}_a = \frac{(2+6)}{2} \times 5 = 20 \text{ cm}^2$$

b) 

$$\mathcal{A}_b = \frac{(3,5+6)}{2} \times 4 = 19 \text{ cm}^2$$

c) 

$$\mathcal{A}_c = \frac{(5,2+6)}{2} \times 3,5 = 19,6 \text{ cm}^2$$

3°) Par construction, comme on impose $CD < AB$, $0 < b < 6$,

donc $I =]0;6[$.

h est une longueur donc $h > 0$, d'où $J =]0;+\infty[$

(le cas $h=0$ donne un trapèze "aplati", mais pourquoi pas...)

4°a) $]0;6[\times]0;+\infty[$

$f: (b;h) \longrightarrow \mathcal{A}$, donc $f(b;h) = \frac{(b+6)}{2} \times h$

$f(2;3) = \left(\frac{2+6}{2}\right) \times 3 = \frac{8}{2} \times 3 = 12$

$f(2;4) = \left(\frac{2+6}{2}\right) \times 4 = 4 \times 4 = 16$

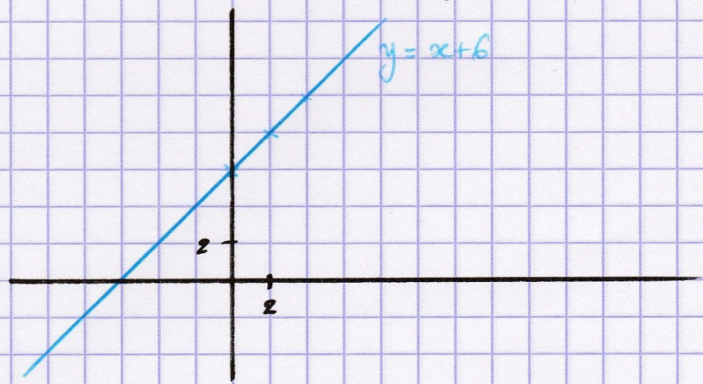
$f(4;3,6) = \left(\frac{4+6}{2}\right) \times 3,6 = 5 \times 3,6 = 18$

$f(5;3,6) = \left(\frac{5+6}{2}\right) \times 3,6 = 19,8$

4°b) Dans cette question, on fixe $h = 2$.

Ainsi, $\mathcal{A}$ ne dépend plus que de b :

$\mathcal{A} = \left(\frac{b+6}{\cancel{2}}\right) \times \cancel{2} = b+6$: on s'est ramené à une fonction d'une seule variable : $b \longmapsto b+6$. Sa courbe représentative est une droite.



4°c) Dans cette question, on fixe $b = 4$.

Ainsi, $\mathcal{A}$ ne dépend plus que de h :

$\mathcal{A} = \left(\frac{4+6}{2}\right) \times h = 5h$: on s'est ramené à une fonction d'une seule variable : $h \longmapsto 5h$.

Sa courbe représentative est également une droite.